ФИЗИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ СПУТНИКА ЮПИТЕРА ПАСИФЕ

Островский Н.В.

Вятский государственный университет, г. Киров

Физические модели орбитального движения небесных тел имеют ограниченное применение. С одной стороны, это связано с тем, что очень сложно учесть все эффекты гравитационного взаимодействия в сложных системах. Поэтому физические модели не могут соперничать по точности вычисления эфемерид со статистическими моделями. С другой стороны, известное уравнение всемирного тяготения Ньютона строго соответствует лишь гравитационному взаимодействию двух тел. С его использованием нельзя, например, объяснить движение Луны вокруг Земли, поскольку Луна находится в сфере тяготения Солнца. Сходная ситуация имеется и в случае внешних спутников Юпитера – Пасифе и Синопе. В данной работе использовано оригинальное уравнение для описания гравитационного взаимодействия в системе из многих тел.

1. Описание базовой модели

Для создания модели движения спутников Юпитера была использована модель орбитального движения небесных тел, описанная в [1]. В данной модели движение небесного тела по эллиптической орбите разделено на движение по эллипсу (линейное) и движение вдоль радиус-вектора (радиальное). Скорость радиального движения вычисляется с использованием величины радиального ускорения, равного векторной сумме ускорения силы тяжести (a_G)и центробежного ускорения (a_C):

$$a_R = a_G + a_C. \tag{1}$$

Центробежное ускорение вычисляется по уравнению [2, с. 844]:

$$a_C = v^2/r, \text{ где: } v \text{ – линейная скорость тела, } r \text{ – радиус кривизны траектории.} \tag{2}$$

Обе силы – притяжения и центробежная – являются центральными по определению. Поэтому их моменты относительно центра притяжения равны нулю, а величина момента количества движения тела является величиной постоянной [2, с. 438], то есть:

$$vr = const. \tag{3}$$

Радиальное ускорение определяет скорость движение тела по оси радиус-вектора и изменение его величины (индекс «0» относится к произвольному моменту времени, принятому за начальный):

$$v_R(t) = v_{R,0} + a_R(t)\Delta t \tag{4}$$

$$r(t) = r_0 + v_R(t)\Delta t. \tag{5}$$

Исходя из вычисленного значения длины радиус-вектора могут быть получены соответствующее ему значения линейной скорости:

$$v(t) = v_0 r_0 / r(t) \tag{6}$$

и ускорений.

Не смотря на свою простоту (а может быть по причине своей простоты) подобная модель не описана в доступных изданиях [3-15]. Конечно, она не обеспечивает точность, необходимую для астрономических наблюдений (см., например, [16]), но она наглядно

демонстрирует, как влияют на движение тела те или иные параметры, и позволяет оценить, к чему может привести их изменение.

2. Результаты использования базовой модели для системы из двух тел

2.2.1. Система Солнце-Земля

Данная модель была использована для расчета орбитальных параметров Земли [1]. Вычисленный исходя из табличных значений параметров перигелия и интервала времени Δt=1 час. угол поворота Земли за период обращения оказался равным 359,995^o, а значение радиус-вектора в перигелии отличалась от исходного на $1{,}4*10^{-5}$. Расчет параметров перигелия для периода в 100 лет дал сдвиг его положения в направлении движения Земли на 4,4^o по сравнению с астрометрическим значением 1,5^o [17, с. 36]. При этом радиус орбиты в перигелии уменьшается до $1{,}468*10^{11}$ м (сходимость $2*10^{-3}$), а линейная скорость движения Земли по орбите возрастает до 30346 м/с.

2.2.2. Система Солнце-Юпитер

Для расчета орбиты Юпитера было использовано несколько наборов начальных параметров. Два из них взяты из различных литературных источников [22, 23], а третий – вычислен исходя из данных, полученных с использованием программы расчета эфемерид Planeph 4.2 [24]. Собственные расчеты были сравнены с данными, полученными при использовании статистических моделей. Это уже упомянутая программа Planeph и программа Института небесной механики (The Natural Satellites Data Center (NSDC), Париж) [25]. Сопоставление различных данных приведено в таблице 1.

Таблица 1

Сопоставление результатов расчета по различным моделям для орбиты Юпитера

Наименование параметра	**Авторская модель**			**Planeph 4.2**	**NSDC**
Начальные параметры					
Начальная дата	-	-	-	а)	а)
Начальная долгота, град.	0	0	0	12,40953	4,21194
Большая полуось, м*10^{11}	7,7834 б)	7,7783 в)	7,7830 г)	7,7830 д)	Н/д
***T*, сут.**	4332,58б)	4332,71в)	? г)	4337,92д)	Н/д
E	0,0481 б)	0,0483 в)	0,04823г)	0,04823д)	Н/д
Радиус, м*10^{11}	7,40902	7,40264	7,40763	7,40760	7,40770
Угловая скорость, сек./сут.	329,74	330,13	329,42	330,13	128,2
v_R, м/с	0	0	0	<0,01	+0,49
Конечные параметры					
Дата	-	-	-	е)	е)
Интервал, сут.	4332.583	4332,708	4337,916	4337,917	4337,917
Угол поворота, град.	359,185	360,673	360,40	360,6031	360,1692
Радиус, м*10^{11}	7,40900	7,40261	7,40770	7,40900	7,40911
Угловая скорость, сек./сут.	329,74	329,84	329,42	329,84	?
v_R, м/с	-7,33	+1,83	+16,3	-0,23	+0,24
Конечные параметры					
Дата	-	-	-	ж)	ж)
Интервал, сут.	69406,66	69406,66	69406,66	69406,67	69406,67
Угол поворота, град.	5754,71	5781,94	5782,38	5769,986	5762,816
Радиус, м*10^{11}	7,40888	7,43265	7,43545	7,41118	7,41129
Угловая скорость, сек./сут.	329,75	329,80	326,96	329,83	?
v_R, м/с	-34,5	+257	+247	+74,0	+74,5

Примечания: а) 01.06.1904 21:00; б) По данным [22]; в) по данным [23]; г) взяты равными для Planeph 4.2; д) вычислено автором с использованием данных для следующего апогея (10.05.1910 20:00:00, долгота 192° 43' 13.84", радиус $8{,}15840*10^{11}$ м, угловая скорость 272,0 сек./сут., радиальная скорость <0.01 м/с); е) 17.04.1916 19:00; ж) 11.06.2094 13:00

Относительное расхождение между результатами, которые дают Planeph и NSDC составляет для угла поворота 0,0012 и для длин радиуса орбиты – $1,5*10^{-5}$. Использованные в собственных расчетах исходные параметры имеют значительную вариацию: по периоду обращения – 0,0012, по угловой скорости – 0,0022, по эксцентриситету – 0,0042, по начальному радиусу лишь $9*10^{-4}$. Сходимость между собой результатов расчетов имеет тот же порядок – на уровне 0,003. Таким образом, можно говорить о том, что точность результатов расчетов используемой модели является вполне приемлемой.

2.2.3. Система Земля-Луна

В случае системы Земля-Луна оказались неудовлетворительными [1]. В качестве исходных параметров были использованы следующие значения:

- полуось орбиты – $3,844*10^{8}$ м [17, с. 212],
- масса Земли – $5,9764*10^{24}$ кг [17, с. 31],
- масса Луны, равная 1/81,3 массы Земли [7, с. 62] – $7.35*10^{22}$ кг,
- сидерический период обращения Луны 27,32166 [17, с. 35],
- эксцентриситет орбиты 0,055.

Интервал времени Δt = 1 минута. За время, равное сидерическому периоду обращения, Луна совершает поворот лишь на $351,85^{o}$.

2.2.4. Система Юпитер-Пасифе

Параметры орбиты Пасифе описаны в литературе недостаточно полно. Известен период обращения – 735 сут., средний радиус – $2,35*10^{10}$ м (полуось $2,54*10^{10}$ м), эксцентриситет – 0,38 и угол наклона орбиты к экватору планеты – 147 град. [23]. В перигее Пасифе будет обладать следующими значениями параметров:

- радиус, м = $1,5748*10^{10}$,
- линейная скорость, м/с = 3749,
- ускорение силы тяжести, м/с^2 = $5,11*10^{-4}$,
- центробежное ускорение, м/с^2 = $8.93*10^{-4}$,
- радиальное ускорение, м/с2 = $-3.82*10^{-4}$.

Имея такое большое значение радиального ускорения тело начинает быстро удаляться от Юпитера, теряя линейную скорость, и за время, равное среднему периоду обращения, поворачивается лишь на 155 град. Параметры его орбиты при этом оказываются равны:

- радиус, м = $8,56*10^{10}$,
- линейная скорость, м/с = 689,5,
- линейное ускорение, м/с^2 = $-5.36*10^{-6}$,
- ускорение силы тяжести, м/с^2 = $1,73*10^{-5}$,
- центробежное ускорение, м/с^2 = $5,55*10^{-6}$,
- радиальное ускорение, м/с^2 = $1,17*10^{-5}$,
- радиальная скорость, м/с = -665.

Тело достигнет апогея лишь через 1580 сут. имея радиус $1,083*10^{11}$ м и линейную скорость 545 м/с. Следующий перигей наступит через 3156 сут. с радиусом $1,574*10^{10}$ м и линейной скоростью 3750 м/с, что прекрасно сходится с начальными параметрами. Но с каждым оборотом период обращения будет нарастать. Таким образом, известные орбитальные параметры Пасифе не отвечают изолированной системе Юпитер-Пасифе. Расчеты показывают, что орбита с периодом обращения 735 сут. и средним радиусом $2,35*10^{10}$ м должна быть близка к круговой.

Можно полагать, что причиной данных расхождений является игнорирование влияния Солнца. Но построить модель, учитывающую влияние Солнца на основании закона Ньютона [8, с. 54]:

$$F_G=G*M*m/r^2, \quad \text{где:} \tag{7}$$

$F_т$ – сила притяжения,
M и m – массы взаимодействующих тел,
r – расстояние между телами,
G – гравитационная постоянная,

не представляется возможным. Так сила притяжения Луны к Солнцу оказывается в два раза больше чем сила притяжения Луны к Земле. Факт обращения Луны вокруг Земли не имеет объяснения в рамках классической физики [18,19].

3. Обобщенное уравнение гравитационного взаимодействия

В работе [20] было предложено для описания силы гравитационного взаимодействия между телами 1 и 2 в гравитационном поле n тел использовать следующее уравнение (**обобщенное уравнение гравитационного взаимодействия**):

$$\boldsymbol{F}_{12}=G*m_1 r_{12}*\sum_{i=2}^{n} m_i/\boldsymbol{r}_{1i}^3, \tag{8}$$

где $\sum_{i=2}^{n} m_i/\boldsymbol{r}_{1i}^3$ является векторной величиной.

В случае системы из двух тел уравнение (8) сводится к уравнению Ньютона (7). Для системы из трех тел мы получаем уравнение:

$$F_{12}=Gm_2 r_{12}[M_1/r_{12}^3+(M_3/r_{13}^3)\cos\alpha], \tag{9}$$

где: α - угол между радиус-вектором тела 1 относительно тела 2 и радиус-вектором тела 1 относительно тела 3.

Для описания гравитационного взаимодействия в системе из трех тел необходимо определиться с направлением вектора силы тяготения. Речь идет о том, что для тела 1 мы можем вычислить как силу F_{12}, так и силу F_{13}. Вопрос в том, куда будет направлен результирующий вектор. Ответ состоит в том, что [20] направление силы тяготения определяется соотношением величин M_i/r_{1i}^3. Вектор силы тяготения направлен в сторону тела, для которого последняя величина больше. Таким образом, уравнение (9) можно использовать в том случае, если

$$(M_1/r_{12}^3) > (M_3/r_{13}^3). \tag{10}$$

В противном случае тело 1 будет притягиваться к телу 3 и необходимо вычислять силу F_{13} по аналогичному уравнению.

Использование соотношения (10) свидетельствует о том, что в системе Солнце-Земля-Луна сила тяготения должна быть направлена в сторону Земли. В случае Юпитера граница между сферой тяготения Солнца и сферой тяготения Юпитера, вычисленными по уравнению Ньютона проходит на расстоянии $2{,}33*10^{10}$ м от Юпитера, так что большинство спутников Юпитера оказывается внутри классической сферы тяготения. Однако, внешние спутники

Юпитера – Ананке (средний радиус орбиты $2{,}12*10^{10}$ м), Карме ($2{,}26*10^{10}$), Пасифе ($2{,}35*10^{10}$) и Синопе ($2{,}37*10^{10}$) – находятся на границе этих сфер, а в апогее даже Ананке (r=$2{,}52*10^{10}$ м) выходит за границу сферы тяготения Юпитера, определяемую уравнением Ньютона.

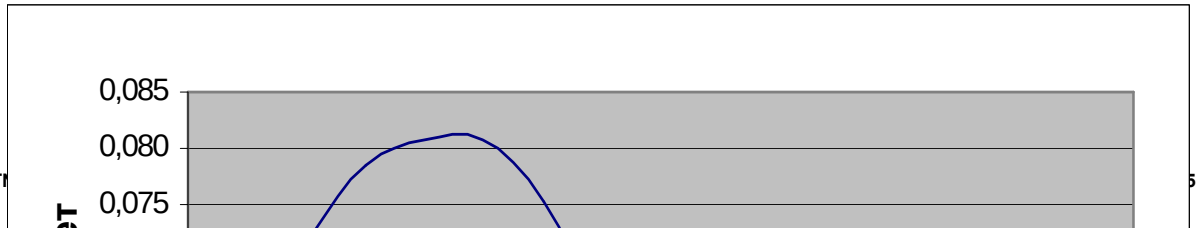
Используемые в данной работе уравнения (8) и (9) и соотношение (10) являются новыми и не использовались ранее для описания гравитационного взаимодействия в системах из трех и более тел [15, 19, 21]. В работе [20] была показана на качественном уровне применимость уравнения (9) для описания движения Луны в системе Солнце-Земля-Луна. В данной работе мы проанализируем результаты расчетов орбиты Пасифе для системы трех тел Солнце-Юпитер-Пасифе с использованием уравнения Ньютона (7) и уравнения (9).

5. Расчеты параметров орбиты Пасифе для системы из трех тел

Оценку влияния Солнца начнем с применения закона Ньютона. Вначале уточним положение спутника относительно Юпитера. Будем считать, что Юпитер находится в перигее, спутник так же находится в перигее, а долгота его перигея равна нулю относительно радиус-вектора Юпитера («новолуние»). Угол наклона орбиты и её эксцентриситет примем равным нулю. При этом напряженность гравитационного поля Юпитера будет равна $2{,}299*10^{-4}$ м/с^2, а напряженность гравитационного поля Солнца $2{,}579*10^{-4}$ м/с^2. Поэтому вектор радиального ускорения будет направлен в сторону Солнца. За 735 сут. тело совершит оборот на 253°. При это его радиус увеличится до $3{,}1*10^{11}$ м, а линейная скорость уменьшится до 177 м/с. Если мы изменим начальное положение спутника, переместив его 180°, чтобы напряженности гравитационного поля Юпитера и Солнца складывались, то получим аналогичный результат: угол поворота 244° и радиус $4{,}8*10^{11}$ м. Таким образом, мы в очередной раз показали неприменимость закона Ньютона для системы из трех тел.

Перейдем теперь к апробации уравнения (9). Влияние силы тяготения Солнца приводит к искажению орбиты. Если мы «запустим» тело вокруг Юпитера по круговой орбите в плоскости эклиптики, то через интервал времени, равный периоду кругового обращения, орбита окажется эллиптической, причем эллипс будет искаженным. Причиной является то, что в каждый момент времени влияние Солнца определяется не только расстоянием между ним и телом, но и углом между радиус-векторами. Таким образом, степень искажения орбиты будет зависеть от начального положения тела относительно радиус-вектора Юпитера. На рис. 1 отображены значения эксцентриситета, который приобретает первоначально круговая орбита за один оборот (длина радиус-вектора тела – $2{,}354*10^{10}$ м, период обращения 735 сут). Как мы видим, влияние оказывается вполне существенным, так что орбита Пасифе, так же как орбита Луны, и орбита любого тела в аналогичных условиях должна быть оскулирующей. С позиций общей оценки устойчивости орбиты важно начальное значение полной механической энергии, которое, при прочих равных условиях, зависит и от эксцентриситета орбиты. В этом плане диапазон, в котором будет изменяться эксцентриситет, зависит от его начальной величины.

Характер взаимодействия спутника с Солнцем должен существенным образом зависеть от угла наклона орбиты спутника относительно плоскости орбиты Юпитера. На рис. 2 представлена зависимость эксцентриситета от угла наклона (начальные параметры орбиты те же, что и в предыдущем случае, начальный угол спутника равен нулю). Функция имеет период 180°. Это связано с тем, что если угол наклона менее 90°, то двигаясь из «новолуния» спутник удаляется от Солнца (у Пасифе обратное движение), а если угол наклона больше 90° – приближается. Таким образом, характер движения оказывается различным. Удивительным является то, что для угла 90° эксцентриситет оказывается отличным от нуля, хотя можно было бы ожидать обратного.



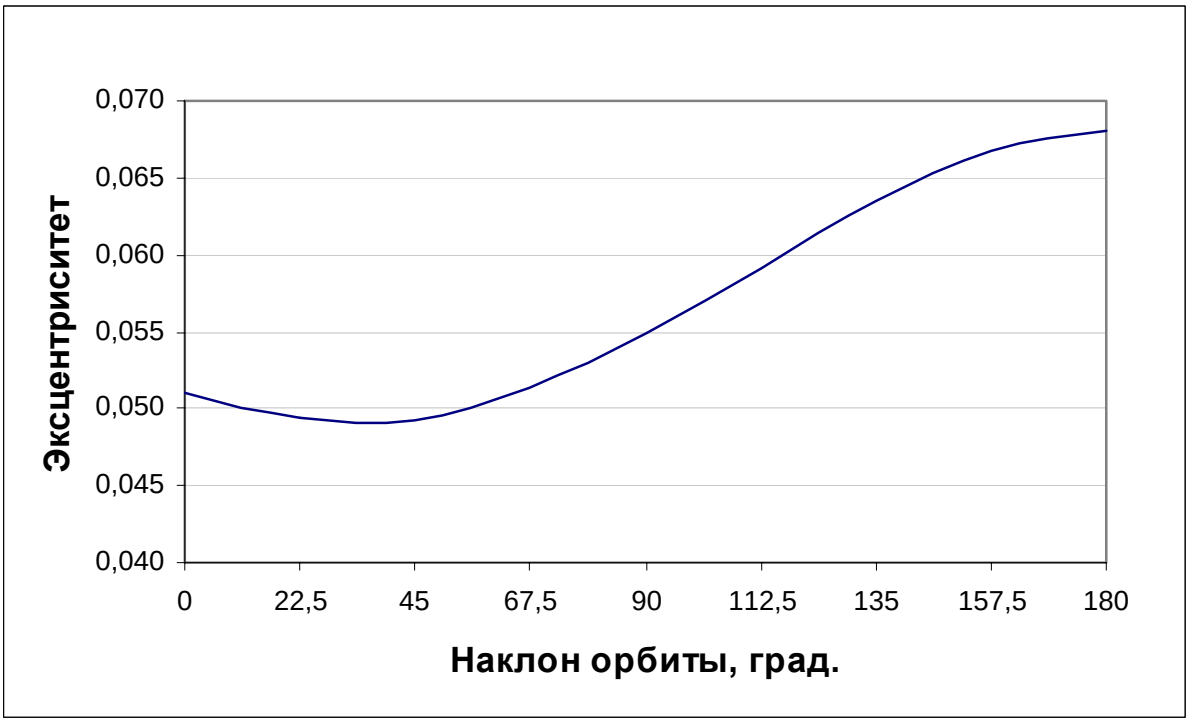


Рисунок 2. Влияние наклона плоскости наклона орбиты спутника к плоскости орбиты Юпитера на ее эксцентриситет.

В уравнении (9) мы учли нормальную составляющую солнечного притяжения ($g_{SN}=(Gr_{JP}M_S/r_{SP}^3)\cos\alpha$). А тангенциальная составляющая ($g_{ST}=(Gr_{JP}m_PM_S/r_{SP}^3)\sin\alpha$) оказалась

«забыта». Тангенциальная составляющая должна действовать непосредственно на вектор линейной скорости, вызывая его смещение и, тем самым, смещение плоскости орбиты спутника. Таким образом, движение спутника происходит не в одной плоскости, а во множестве плоскостей, имеющих один и тот же угол наклона, но различную ориентацию в пространстве. Иными словами влияние тангенциальной составляющей солнечного притяжения ведет к вращению линии узлов. Сдвиг линии узлов можно приближенно описать уравнением:

$$\Delta\gamma = g_{ST} * \Delta t^2 / v * \Delta t. \qquad (11)$$

Обратимся теперь к наклонной орбите и проведем тот же вычислительный эксперимент, прняв угол наклона орбиты равным 140°. Результаты расчетов представлены на рис. 3 и 4. Период обращения достаточно быстро возрастает от начального значения 735 до 787 сут. затем изменяется в относительно узких пределах от 770 до 802 сут. при среднем значении 776 сут. Приблизительно то же среднее значение имеет период между нисходящими узлами орбиты. Разброс величин значительно выше – от 573 до 996 сут. Еще более значительные колебания имеет период времени между перигеями орбиты – от 494 до 1139 сут. со средним значением 813 сут.

Среднее значение радиуса за один оборот оказалось равным $2{,}44*10^{10}$ м и колеблется в пределах от 2,33 до $2{,}52*10^{10}$ м, тогда как эксцентриситет изменяется в пределах от 0,005 до 0,22 при среднем значении 0,13.

Полученные параметры орбиты спутника Юпитера значительно отличаются от параметров Пасифе, описанных в литературе. Но стоит напомнить, что за основу для расчетов мы взяли круговую орбиту со средним радиусом $2{,}35*10^{10}$ м и периодом обращения 735 сут., а получили оскулирующую эллиптическую орбиту с приведенными выше средними параметрами. Нетрудно убедиться, что если бы мы в качестве начальных взяли средние табличные параметры Пасифе, мы бы получили иную орбиту, так же не отвечающую реальности. Для того, чтобы построить модель, адекватную астрометрическим данным, нужно точно знать в заданный момент времени ее основные параметры: расстояние от Пасифе до Юпитера и до Солнца, ее линейную и радиальную скорости и положение в радиус-векторов в пространстве. А для того, чтобы выйти на усредненные параметры нужно «угадать» значение полной механической энергии для выбранного положения спутника. Но эту задачу мы рассматривать не будем ввиду ограниченности размеров статьи.

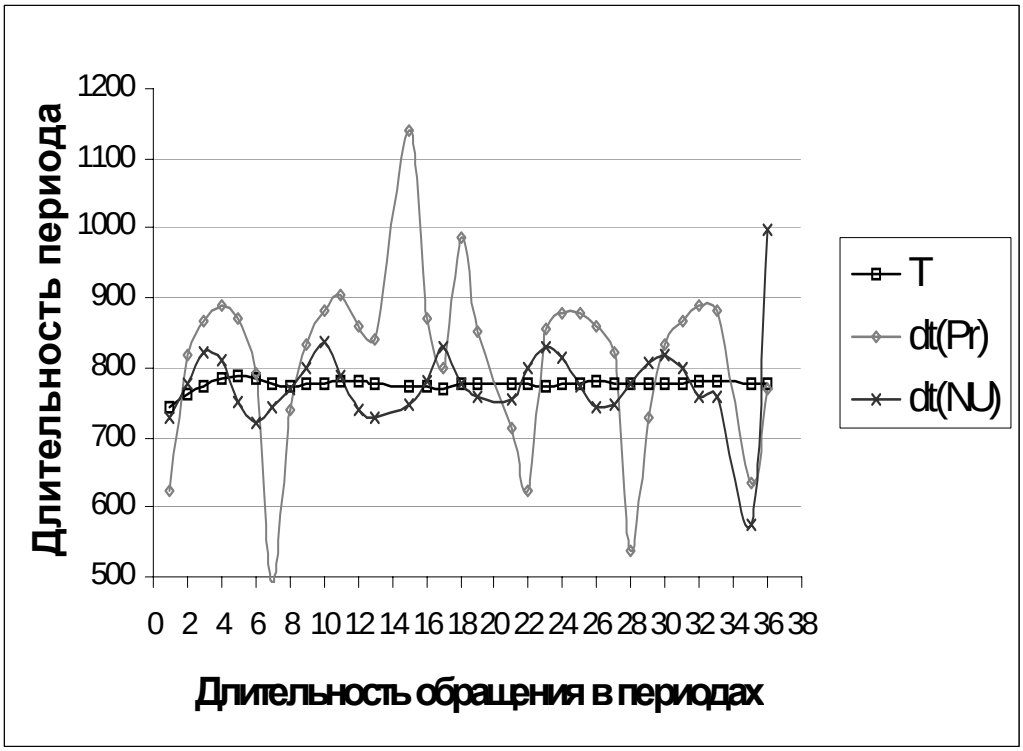


Рисунок 3. Зависимость периода обращения (T), периода между перигеями (dt(Pr)) и периода между нисходящими узлами (dt(NU)) от времени.

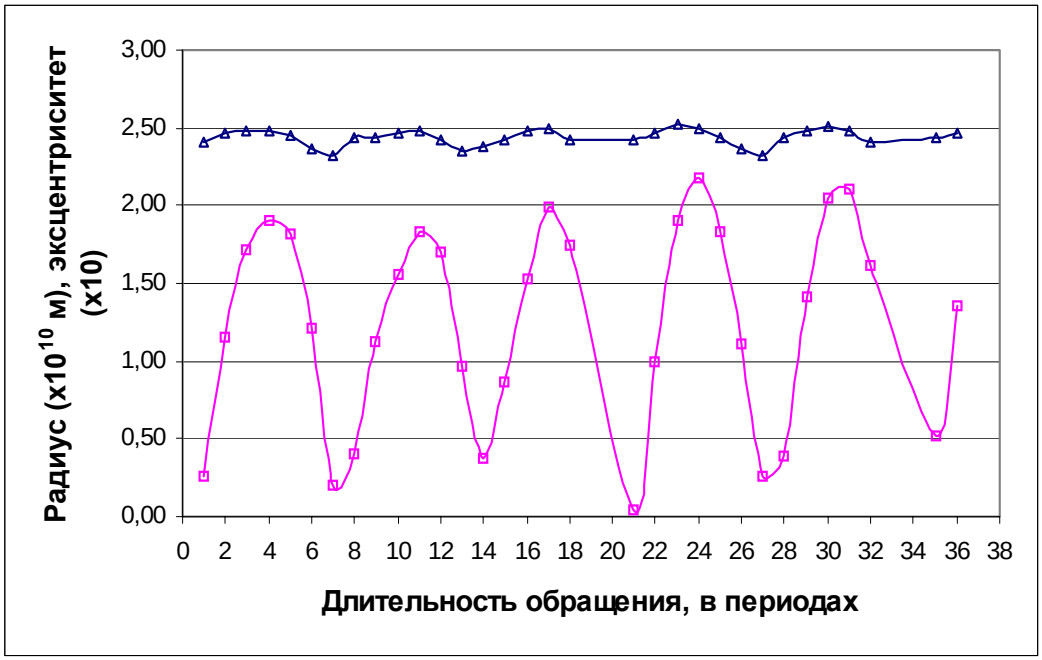


Рисунок 4. Зависимость среднего значения радиуса (Δ) и эксцентриситета орбиты (□) за один оборот от времени обращения.

Выводы

Использование обобщенного уравнения гравитационного взаимодействия (9) позволяет:

1. Объяснить характер взаимодействия в системе трех тел Солнце-Юпитер-Пасифе.
2. Построить динамическую модель, включающую обращение Юпитера вокруг Солнца и Пасифе вокруг Юпитера.
3. Объяснить оскулирование орбит внешних спутников Юпитра.
4. Объяснить смещение перигея и вращение линии узлов спутников за счет влияния Солнца.

Литература:

1. *Островский Н.В.* Модель орбитального движения небесных тел.//Естественные и технические науки, 2003 г., № 2, с. 22-25.
2. Физический энциклопедический словарь. М.: “Советская энциклопедия”, 1983 г., 928 с.
3. *Куликов К.А.*, Сидоренков Н.С. Планета Земля. М.: «Наука», 1972 г., с. 5-18.
4. *Белецкий В.В*. Очерки о движении космических тел. М.: «Наука», 1977 г., 432 с.
5. *Жирнов Н.И*. Классическая механика. М.: «Просвещение», 1980 г., 303 с.
6. *Драчев М.М.*, Демин В.Г., Климишин И.А., Чурагин В.М. Астрономия. М.: «Просвещение», 1983 г., 384 с.
7. *Бялко А.В*. Наша планета – Земля. М.: «Наука», главная редакция физико-математической литературы, 1983 г., 208 с.
8. *Климишин И.А.* Астрономия наших дней. М.: «Наука», 1986 г., 560 с.
9. Астрономия и небесная механика. Сборник под ред. А.А. Ефимова, М.-Л.: изд. АН СССР, 594 с.
10. *Аксенов Е.П.* Теория движения искусственных спутников Земли. М.: «Наука», 1977 г., 360 с.
11. *Белецкий В.В.* Движение искусственного спутника относительно центра масс. М.: «Наука», 1975 г., 308 с.
12. *Брюно А.Д.* Ограниченная задача трёх тел. Плоские периодические орбиты. М.: «Наука», 1990 г., 295 с.
13. *Дубошин Г.Н.* Небесная механика. Методы теории движения искусственных небесных тел. Учебное пособие для студентов Университетов. М.: «Наука», 1983 г., 352 с.
14. *Аким Э.Л.*, Бажинов И..К., Павлов И.П., Почукаев В.П. Поле тяготения Луны и движение искусственных спутников. Под ред. В.С. Авдуевского. М.: «Машиностроение», 1984 г., 288 с.
15. *Себехей В.* Теория орбит ограниченной задачи трех тел. Пер. с английского под ред. Г.Н. Дубошина. М.: «Наука», 1982 г., 655 с.
16. *Chapront J.* Representation of planetary ephemerides by frequency analysis. Application to the five ounter planets.//Astronomy and Astrophysics Supplement Series, 1995, January, vol. 109, p. 181-192.
17. *Аллен К.У*. Астро-физические величины. Пер. с англ. под ред. Д.Я. Мартынова. М.: «Мир», 1977 г.
18. *Николай Островский* об обращении Земли и Луны вокруг общего центра инерции. Интернет-журнал Membrana, 19 декабря 2002 г., URL: http://www.membrana.ru/articles/readers/2002/12/19/182600.html
19. Х*олшевников К.В.* Луна – спутник или планета? Интернет-сайт Astronet, 10 марта 2003 г. URL: http://www.astronet.ru/db/msg/1171221
20. *Островский Н.В.* Решение задачи трех тел на примере системы Солнце-Земля-Луна.//Сборник материалов Всероссийской научно-технической конференции

«Наука – производство – технологии – экология». Киров: Вятский государственный университет, 2003 г., т. 4, с. 74-75.
21. *Хильми Г.Ф*. Качественные методы в проблеме n тел. М.: издательство АН СССР, 1958 г., 123 с.
22. *Дагаев М.М*., Дёмин В.Г., Климишин И.А., Чарушин В.М. Астрономия. М.: «Просвещение», 1983 г.
23. Новосибирская открытая образовательная сеть. URL: http://www.edu.nsu.ru/noos/metod/astronom/System/Sol_Sistema2/Jupiter.htm
24. *Chapront J., Francou G.* Ephemerides of planets between 1900 and 2100 (1998 update). Bureau des Longitudes, Group: Dynamics of Solar System (1996).
25. URL: ftp://cdsarc.u-strasbg.fr/pub/cats/VI/87/
26. Serveur d´éphémérides de l´Institut de mécanique céleste et de calcul des éphémérides. URL: http://www.bdl.fr/ephemeride.html.